**BAB II**

**MATRIK**

1. **TUJUAN**

* Mahasiswa dapat membuat matriks dan melakukan fungsi-fungsi dalam matriks
* Mahasiswa dapat melakukan operasi dalam matriks

# PENDAHULUAN

Matriks adalah kelompok bilangan yang disusun dalam bentuk persegi atau persegi panjang yang terdiri atas baris-baris atau kolom-kolom. Proses operasi ataupun manipulasi matriks di dalam MATLAB dapat dilakukan dengan: operasi (aljabar) matriks, dan operasi elemen-perelemen. Operasi matriks di MATLAB seperti halnya dalam aljabar matriks, seperti penjumlahan/pengurangan, perkalian matriks, *invers*, *transpose*, *dot product*, *cross product*, dan sebagainya. Operasi elemen-per-elemen, yang merupakan ciri khas MATLAB, dapat dioperasikan melalui satu per satu elemen matriks seperti operasi skalar, meliputi penjumlahan/pengurangan, perkalian/pembagian, dan pangkat.

**Operasi Penjumlahan dan Pengurangan**

Penjumlahan dua matriks, A+B, dan selisih dua matriks, A–B, terdefinisi apabila matrik A dan B berukuran sama. Walau demikian, penjumlahan atau pengurangan juga bisa dilakukan antara matriks dengan skalar.

**Operasi Perkalian**

Perkalian matriks, seperti C = AB, dapat dilaksanakan apabila jumlah kolom di matrik A sama dengan jumlah baris dalam matrik B. Walaupun demikian, perkalian matrik dapat dilakukan antara matriks dengan skalar.

**Transposisi**

Salah satu operasi yang utama dalam matriks adalah transposisi, dapat dituliskan dengan MATLAB menggunakan operator petik tunggal ( ‘ ) dan titik-petik ( .’ ). Operasi ini mempertukarkan baris dan kolom dalam suatu matriks atau vector.

* **petik tunggal ( ‘ )** operasi transposisi untuk matriks berisi bilangan riil, atau transposisi dan konjugasi untuk matriks kompleks.
* **titik-petik ( .’ )** operasi transposisi tanpa konjugasi. Untuk matriks riil, operator ini memberi hasil yang sama dengan petik tunggal

**Operasi Elemen**

Di dalam MATLAB, operasi matematik dapat juga dilakukan setiap elemen yang ada didalamnya. Matriks atau vektor yang terlibat harus memiliki ukuran yang sama. Operasi yang dapat dilakukan adalah perkalian/pembagian, penjumlahan/pengurangan, serta pangkat. Operator yang dipakai dimulai dengan tanda “titik” (kecuali penjumlahan/pengurangan)

MATLAB juga menyediakan banyak fungsi matriks yang berguna untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam berbagai hal seperti: komputasi numerik, pengolahan citra, dan kecerdasan buatan. Secara singkat fungsi matrik dalam MATLAB seperti berikut:

* *Det*(*A*) : determinan matriks
* *Eig*(*A*) : nilai *eigen*
* *Chol*(*A*) : faktorisasi *cholesky*
* *Inv*(*A*) : invers matriks
* *Lu*(*A*) : faktor dari eliminasi *gauss*
* *Poli*(*A*) : karakteristik *polynomial*
* *Rank*(*A*) : jumlah baris dan kolom bebas linier

Fungsi matrik khusus dalam MATLAB adalah sebagai berikut:

* [ ] : matriks kosong
* *eye* : matriks identitas
* *hadamard* : matriks *hadamard*
* *company* : matriks *companion*
* *hankel* : matriks *hankel*
* *hilb* : matriks *Hilbert*
* *invhilb* : invers *Hilbert*
* *magic* : matriks segiempat ajaib
* *ones* : matriks dengan semua elemen bernilai satu
* *pascal* : matriks segitiga *pascal*
* *zeros* : matriks dengan semua elemen bernilai nol

Format data dalam MATLAB terdapat tiga jenis, yaitu skalar, vektor, dan matriks.

* Skalar, ialah suatu bilangan tunggal
* Vektor, ialah sekelompok bilangan yang tersusun 1-dimensi. Dalam MATLAB umumnya disajikan sebagai vektor-baris atau vektor-kolom
* Matriks, ialah sekelompok bilangan yang tersusun dalam segi-empat 2-dimensi. Di dalam MATLAB, matriks didefinisikan dengan jumlah baris dan kolomnya. Di MATLAB terdapat pula matriks berdimensi 3, 4, atau lebih

.

# LANGKAH PRAKTIKUM

Semua data dalam MATLAB dapat dinyatakan sebagai matriks. Skalar dapat juga dianggap sebagai matriks satu baris – satu kolom (matriks 1×1), dan vektor bisa dianggap sebagai matriks 1-dimensi: satu baris – n kolom, atau n baris – 1 kolom (matriks 1×n atau n×1). Perhitungan dalam MATLAB dilakukan dengan matriks, sehingga MATLAB disebut Sebagai MATrix LABoratory. Pendefinisian matriks dalam MATLAB didefinisikan dengan kurung siku ( [ ] ) dan dituliskan berdasarkan baris-per-baris. Tanda koma (,) untuk memisahkan kolom, sedangkan titik-koma (;) untuk memisahkan baris . Dalam memisahkan kolom dapat juga menggunakan spasi dan menekan tombol *Enter* untuk memisahkan baris baru.

# Matriks dan Operasi

>> r = [1 2 3; 2 3 4];

>> s = [3 4 5; 4 5 6];

>> t = r + s

t =

4 6 8

6 8 10

>> u = s - r

u =

2 2 2

2 2 2

>> a = 2\*r

a =

2 4 6

4 6 8

>> b = s/4

b =

0.7500 1.0000 1.2500

1.0000 1.2500 1.5000

>> A=[0 1;2 3];

>> B=[4 5;6 7];

>> A,B

A =

0 1

2 3

B =

4 5

6 7

>> MultAB=A\*B, MultBA=B\*A

MultAB =

6 7

26 31

MultBA =

10 19

14 27

## Pengalamatan Vektor atau Matriks

*x*(*2*) : menunjukkan elemen kedua vektor x

*z*(*3*) : menunjukkan elemen ketiga vektor y

*r*(*2*,*1*) : menunjukkan elemen matriks r pada baris kedua kolom pertama

*t*(*3*,*2*) : menunjukkan elemen matriks t pada baris ketiga kolom kedua

*s*(:,*2*) : menunjukkan semua elemen matriks s pada kolom kedua

*u*(*1*,:) : menunjukkan semua elemen matriks u pada baris pertama

Mengambil elemen X1 pada baris1 kolom 1

>> X1 = [1 2 3;4 5 6;7 8 9]

>> Y = X1(1,1)

Y =

1

Mengambil seluruh elemen X1 pada baris 2

>> Y = X1(2,:)

Y =

4 5 6

Mengambil elemen X1 mulai pada kolom 3 dari baris 1 sampai 2

>> Y = X1(1:2,3)

Y =

3

6

Mengambil elemen X1 mulai dari baris 1 kolom 1 sampai baris 2 kolom 3

>> Y = X1(1:2,1:3)

Y =

1 2 3

4 5 6

Mengambil elemen X1 baris 1 kolom 1, baris 1 kolom 3, baris 3 kolom 1, dan baris 3 kolom 2

>> Y = X1([1 3],[1 2])

Y =

1 2

7 8

## Perkalian Vektor

>> x=[3 2 1], y=[100;10;1]

x =

3 2 1

y =

100

10

1

>> z1=x\*y, z2=y\*x

z1 =

321

z2 =

300 200 100

30 20 10

3 2 1

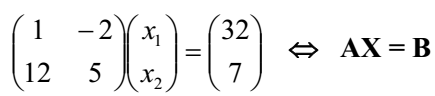
## Persamaan Linier dalam Matriks

Jika terdapat persamaan linier dengan variabel x1 dan x2.

x1 – 2x2 = 32

12x1 + 5x2 = 7

Dalam matrik dapat ditulis sebagai



X = A-1 B ; di mana A-1 ialah invers matriks A

>> A=[1 -2;12 5]; B=[32;7];

>> X=inv(A)\*B

X =

6.0000

-13.0000

Sehingga kita dapatkan solusi x1 = 6 dan x2 = -13. Atau dapat diselesaikan dengan menggunakan operator pembagian terbalik:

>> X=A\B

X =

6.0000

-13.0000

## Transposisi

>> Mat\_riil=[1 0; 3 5], Mat\_kompleks=[1+2i 3i; 1 2+3i]

Mat\_riil =

1 0

3 5

Mat\_kompleks =

1.0000 + 2.0000i 0 + 3.0000i

1.0000 2.0000 + 3.0000i

>> Transp\_riil=Mat\_riil',Transp\_kompleks=Mat\_kompleks'

Transp\_riil =

1 3

0 5

Transp\_kompleks =

1.0000 - 2.0000i 1.0000

0 - 3.0000i 2.0000 - 3.0000i

>> Transp\_riil2=Mat\_riil.'

Transp\_riil2 =

1 3

0 5

>> Transp\_kompleks2=Mat\_kompleks.'

Transp\_kompleks2 =

1.0000 + 2.0000i 1.0000

0 + 3.0000i 2.0000 + 3.0000i

## Operasi Setiap Elemen

Operasi yang dapat digunakan:

* + – Tambah dan kurang (elemen-per-elemen)
* .\* ./ .\ Kali, bagi, bagi terbalik (elemen-per-elemen)
* .^ Pangkat (elemen-per-elemen)

>> A=[1 -2;1 5]; B=[7 5; 2 0];

>> A+B

ans =

8 3

3 5

>> A.\*B

ans =

7 -10

2 0

>> B./A

ans =

7.0000 -2.5000

2.0000 0

>> B.^2

ans =

49 25

4 0

>> A.^B

ans =

1 -32

1 1

>> 2.^B

ans =

128 32

4 1

## Operasi Elemen pada Vector

>> a = [3 2 1]; b = [4 5 6];

>> c = [10 20 30]; d = [5 10 15];

>> a.\*b

>> c.\*d

>> a.\*c

>> b.^a, c./d+2

>> c./2.\*d.^2

## Fungsi pada setiap elemen matriks

>> n=-3:3

>> abs(n), sign(n)

ans =

3 2 1 0 1 2 3

ans =

-1 -1 -1 0 1 1 1

>> round(n./2), floor(n./2), ceil(n./2)

ans =

-2 -1 -1 0 1 1 2

ans =

-2 -1 -1 0 0 1 1

ans =

-1 -1 0 0 1 1 2

>> rem(n,3)

ans =

0 -2 -1 0 1 2 0

## Pengabungan Matriks

>> X1 = [1 2 3;4 5 6;7 8 9]

>> X2 = [10 11 12;13 14 15;16 17 18]

>> Y = [X1;X2]

Y =

1 2 3

4 5 6

7 8 9

10 11 12

13 14 15

16 17 18

>> Y = [X1 X2]

Y =

1 2 3 10 11 12

4 5 6 13 14 15

7 8 9 16 17 18

Penggabungan antar baris dan kolom X1 dan X2

>> Y = cat(3,X1,X2)

## Matriks Khusus

>> mat\_1=5\*ones(2,4)

mat\_1 =

5 5 5 5

5 5 5 5

>> mat\_2=zeros(2,4)

mat\_2 =

0 0 0 0

0 0 0 0

>> mat\_3=[eye(4) -ones(4)]

mat\_3 =

1 0 0 0 -1 -1 -1 -1

0 1 0 0 -1 -1 -1 -1

0 0 1 0 -1 -1 -1 -1

0 0 0 1 -1 -1 -1 -1

>> bil\_acak =rand(1,10)

bil\_acak =

Columns 1 through 7

0.9501 0.2311 0.6068 0.4860 0.8913 0.7621 0.4565

Columns 8 through 10

0.0185 0.8214 0.4447

>> gaussian\_noise=randn(5,1)

gaussian\_noise =

-0.4326

-1.6656

0.1253

0.2877

-1.1465

Membangkitkan 20 buah bilangan acak gaussian dengan rerata = 5 dan variasi = 3.

>> mu=5; %Nilai rerata

>> variasi=3; %Nilai variansi

>> bil\_acak\_gaussian= sqrt(variasi)\*randn(1,20) + mu

Matriks bujur sangkar ajaib

>> magic(4)

ans =

16 2 3 13

5 11 10 8

9 7 6 12

4 14 15 1

## Membuat Deret

Pembuatan deret dapat dilakukan dengan operator titik-dua(:). Formula deret sebagai berikut:

**deret = nilai\_awal : inkremen : nilai\_akhir**

Inkremen harus bilangan bulat positif atau negatif

Khusus untuk inkremen = 1:

**deret = nilai\_awal : nilai\_akhir**

contoh:

>> time=1:60

Latihan menggunakan operator titik-dua dalam pembuatan deret:

x= 0, 100, 200, 300, 400, … , 2200, 2300

y= -10, -9.5, -9, -8.5, … -0.5, 0, 0.5, … , 9, 9.5, 10

z= 10, 9.95, 9.9, 9.85, 9.8, 9.75, … , 1, 0.95, 0.9, … , 0.05, 0

>> x=0:100:2300;

>> y=-10:0.5:10;

>> z=10:-0.05:0;

Pembuatan deret dapat dilakukan dengan menggunakan perintah berikut:

***linspace*(*a*,*b*,*n*)** membuat vektor baris berisi *n* titik yang terpisah merata secara linier

antara *a* dan *b*.

***logspace*(*a*,*b*,*n*)** membuat vektor baris berisi *n* titik yang terpisah merata secara logaritmik

antara 10^*a* dan 10^*b*. *Command* ini biasa digunakan untuk menghitung respon frekuensi suatu sistem.

Contoh

>> linspace(0,10,11)

ans =

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

>> logspace(0,2,10)

ans =

Columns 1 through 7

1.0000 1.6681 2.7826 4.6416 7.7426 12.9155 21.5443

Columns 8 through 10

35.9381 59.9484 100.0000

## Pembentukan ulang matrix

Terdapat beberapa perintaj dalam MATLAB yang dapat dipakai untuk menukar, merotasi, dan menyusun kembali elemen matriks.

***fliplr*(*A*)** menukar posisi elemen matriks *A* secara melintang, yaitu bagian kiri ditukar dengan yang bagian kanan.

***flipud*(*A*)** menukar posisi elemen matriks *A* secara membujur, yaitu bagian atas ditukar dengan bagian bawah.

***rot90*(*A*)** memutar kedudukan elemen matriks *A* berlawanan arah jarum jam sebesar 90o

***reshape*(*A*,*m*,*n*)** menyusun ulang elemen matriks *A* menjadi berukuran *m*×*n*. Perhatikan bahwa jumlah elemen *A* harus sama dengan m×n

Contoh:

>> A=[0:3; 4:7]

A =

0 1 2 3

4 5 6 7

>> fliplr(A)

ans =

3 2 1 0

7 6 5 4

>> flipud(A)

ans =

4 5 6 7

0 1 2 3

>> rot90(A)

ans =

3 7

2 6

1 5

0 4

>> reshape(A,1,8)

ans =

0 4 1 5 2 6 3 7

>> reshape(A,4,2)

ans =

0 2

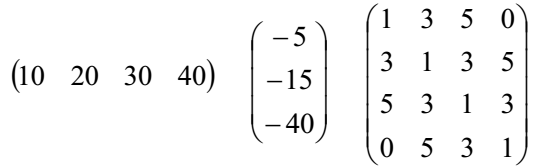
4 6

1 3

5 7

**IV. TUGAS PRAKTIKUM**

1. Definisikan vektor dan matriks berikut ini di dalam MATLAB:



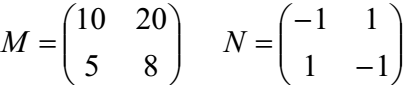
1. Selesaikan persamaan linier dengan tiga variabel berikut.

x + 2y + 3z = 2

4x + 5y + 6z = -5,5

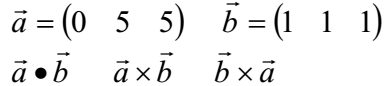
7x + 8y – 9z = -49

1. Buatlah operasi matriks M dan N berikut:

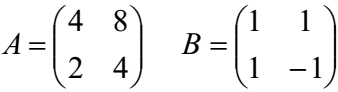
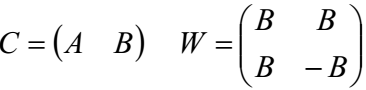


* 1. M+ N b. M – N c. N+ 9 d. MN, NM

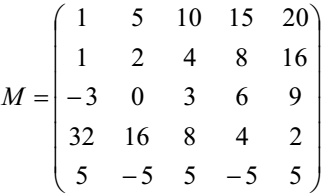
1. Hitunglah dot-product dan cross-product dari dua vektor berikut:



1. Gabungkan matriks A dan B berikut:

 menjadi 

1. Tampilkan : matrik identitas, matriks nol ,matriks yang elemennya satu dengan ordo minimal 4x4 .
2. Buatlah vektor berukuran 100 berisi bilangan acak gaussian dengan mean = 1 dan variansi = 0,2.
3. Buatlah deret berikut ini dengan operator titik-dua, linspace, dan logspace:
   1. x= -10, -9, -8, ... , 8, 9, 10
   2. y= 7,5 , 7,0 , 6,5 , 6,0 , ... , 0,5 , 0
   3. z= 1, 4, 7, 10, 13, ... , 100
   4. w= 0,001 , 0,01 , 0,1 , 1 , 10 , ... , 106
4. Buatlah matriks M berikut ini:



Buatlah vektor / matriks baru berisi:

* + - baris pertama dari M
    - kolom ketiga dari M
    - baris ketiga hingga kelima, kolom kedua hingga keempat dari M
    - elemen pada diagonal utama dari M

1. Buatlah matriks N yang berisi kolom pertama hingga keempat dari matriks M pada no.6 di atas. Bentuk-ulang matriks N tersebut menjadi matriks baru seperti berikut ini:
   * + kolom pertama ditukar dengan kolom keempat, kolom kedua ditukar dengan kolom ketiga
     + baris pertama ditukan denganbaris kelima, baris kedua ditukar dengan baris keempat
     + matriks berukuran 10×2
     + matriks berukuran 4×5